



WYPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD

--	--	--

PESEL

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Egzamin maturalny

Formuła 2023

MATEMATYKA

Poziom podstawowy

DATA: **dd – mm – rrrr.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **gg – mm**

CZAS TRWANIA: **180 minut**

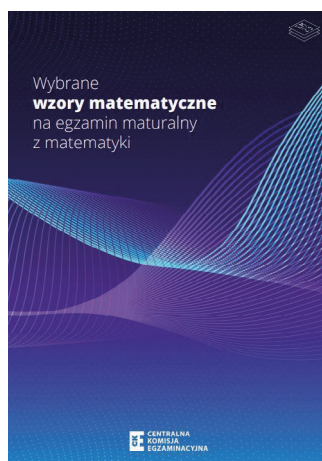
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

Przed rozpoczęciem pracy z arkuszem egzaminacyjnym

1. Sprawdź, czy nauczyciel przekazał Ci **właściwy arkusz egzaminacyjny**, tj. arkusz we **właściwej formule**, z **właściwego przedmiotu** na **właściwym poziomie**.
2. Jeżeli przekazano Ci **niewłaściwy** arkusz – natychmiast zgłoś to nauczycielowi. Nie rozrywaj banderol.
3. Jeżeli przekazano Ci **właściwy** arkusz – rozerwij banderole po otrzymaniu takiego polecenia od nauczyciela. Zapoznaj się z instrukcją na stronie 2.

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 31 zadań. Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Na pierwszej stronie arkusza oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
3. Symbol  zamieszczony w nagłówku zadania oznacza, że rozwiązanie zadania zamkniętego musisz przenieść na kartę odpowiedzi.
4. Odpowiedzi do zadań zamkniętych zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
7. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
8. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
9. Nie wpisuj żadnych znaków w tabelkach przeznaczonych dla egzaminatora. Tabelki umieszczone są na marginesie przy odpowiednich zadaniach.
10. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
11. Możesz korzystać z *Wybranych wzorów matematycznych*, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego. Upewnij się, czy przekazano Ci broszurę z okładką taką jak widoczna poniżej.



Tablice możesz pobrać
pod tym adresem:
pliki.greg.pl/tablicemat
lub skanując kod:



**Zadania egzaminacyjne są wydrukowane
na następnych stronach.**

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(2 \cdot 8^{\frac{2}{3}})^{-\frac{1}{3}}$ jest równa

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{2}$

C. 2

D. 4

Brudnopis

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $|\sqrt{3} - \sqrt{2}| - |\sqrt{2} - \sqrt{3}|$ jest równa

A. $-2\sqrt{2}$

B. 0

C. $2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{3}$

Brudnopis

Zadanie 3. (0–1)

Cenę jednej pary spodni podniesiono najpierw o 20%, a potem otrzymaną po pierwszej podwyżce cenę podniesiono jeszcze o 10% i otrzymano po tych dwóch podwyżkach cenę 198zł.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Początkowa cena spodni przed obiema podwyżkami wynosiła:

A. 138,60 zł

B. 142,56 zł

C. 150 zł

D. 152 zł

Zadanie 4. (0-1)

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dana jest liczba $2\log_3 27 - \log_3 \frac{1}{81}$

1.	Liczbę podaną w zadaniu można doprowadzić do postaci $\log_3(3^6 \cdot 3^4)$	P	F
2.	Liczba $2\log_3 27 - \log_3 \frac{1}{81}$ jest równa 2.	P	F

Zadanie 5. (0-2)

Wykaż, że suma kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych nieparzystych przy dzieleniu przez 4 daje resztę 2.

Zadanie 6. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(x^2 + 5)(7 - 3x) - (4x^3 + 6x^2 - 3)$ jest równa

A. $-7x^3 - 13x^2 - 15x + 38$

B. $-7x^3 + x^2 - 15x + 38$

C. $-7x^3 + 13x^2 - 15x + 32$

D. $-7x^3 + x^2 - 15x + 32$

Brudnopis

Zadanie 7. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x , takiej, że $x \neq -1$ i $x \neq 2$ wyrażenie $\frac{\frac{1}{2}x - 1}{5} : \frac{(x - 2)^2}{10x + 5}$ można zapisać w postaci

A. $\frac{2x + 1}{2x - 4}$

B. $\frac{2x - 4}{2x + 1}$

C. $\frac{2x + 1}{2}$

D. $\frac{2}{2x + 1}$

Brudnopis

Zadanie 8. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem równania $2(x - 1)^2 + 5x = 3$ jest

A. Zbiór pusty

B. Jedna liczba

C. Dwie różne liczby o tych samych znakach

D. Dwie liczby o różnych znakach

Zadanie 9. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem nierówności $-x^2 + 6x - 5 > 0$ jest zbiór:

- A. $(-5; -1)$ B. $(-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$
C. $(1; 5)$ D. $(-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$

Zadanie 10. (0-2)

Rozwiąż nierówność

$$\frac{1}{2}(7 - 3x) + x^2 \leq \frac{x(3 + 4x)}{4}$$

Zadanie 11. (0-2)

Rozwiąż równanie

$$3(x^2 - 49)(4x + \frac{1}{2})(8 - x) = 0$$

Zadanie 12. (0-2)

Funkcja liniowa określona jest wzorem $f(x) = -\frac{3}{8}x + \frac{1}{4}$.

Uzupełnij tabelę znajdującą się poniżej. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych liczbami A-E.

12.1	Wykres funkcji $f(x)$ przecina oś OY w punkcie o współrzędnych.	
12.2	Wykres funkcji $f(x)$ przecina oś OX w punkcie o współrzędnych.	

A. $(0; 0)$ B. $(0; \frac{1}{4})$ C. $(0; \frac{2}{3})$ D. $(\frac{1}{4}; 0)$ E. $(\frac{2}{3}; 0)$

Zadanie 13.

Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem: $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-7)$.

Zadanie 13.1. (0–1)

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Funkcja f jest malejąca w przedziale

Brudnopis									

Zadanie 13.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

- A. $(-\infty; -8)$ B. $(-\infty; 3)$ C. $(-8; +\infty)$ D. $(3; +\infty)$

Brudnopis									

Zadanie 13.3. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ośią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f jest prosta o równaniu

- A. $x = -8$ B. $x = 3$ C. $y = -8$ D. $y = 3$

Brudnopis									

Zadanie 14. (0-2)

Funkcje A, B, C, D, E, F określone są dla każdej liczby rzeczywistej x . Wzory tych funkcji podano poniżej.

Uzupełnij zdanie, wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A-F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.

Punkt $(-2, 3)$ jest wierzchołkiem paraboli będącej wykresem funkcji oraz

A. $y = -(x + 2)^2 + 3$

B. $y = -(x - 2)^2 + 3$

C. $y = -(x - 3)^2 - 2$

D. $y = -x^2 + 4x - 1$

E. $y = -x^2 - 4x - 1$

F. $y = -x^2 + 6x - 11$

Brudnopis

Zadanie 15. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ciągiem geometrycznym jest ciąg (a_n) określony wzorem

A. $a_n = \frac{1}{3} \cdot n^2$

B. $a_n = \frac{1}{3}n$

C. $a_n = \frac{1}{3}n + 1$

D. $a_n = \frac{1}{3} \cdot 2^n$

Brudnopis

Zadanie 16. (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Początkowe wyrazu ciągu (a_n) to: $a_1 = -\frac{4}{5}$, $a_2 = -\frac{2}{15}$, $a_3 = -\frac{1}{45}$. Ciąg (a_n) jest

A.	arytmetyczny	oraz	1.	$a_n = -\frac{2^{3-n} \cdot 3^{n-1}}{5}$
			2.	$a_n = -\frac{2^{3-n} \cdot 3^{1-n}}{5}$
B.	geometryczny		3.	$a_n = -\frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

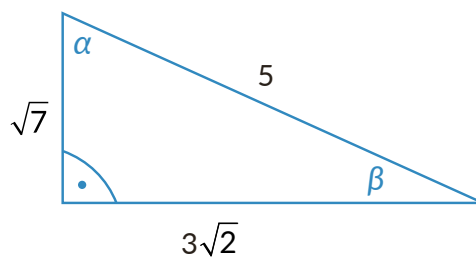
Zadanie 17. (0-3)

Dany jest ciąg arytmetyczny, w którym $a_4 = -16$, $a_{12} = -20$.

Wyznacz wyraz pierwszy a_1 , różnicę r oraz wzór ogólny tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Zadanie 18. (0-1)

Na rysunku poniżej przedstawiony jest trójkąt prostokątny.



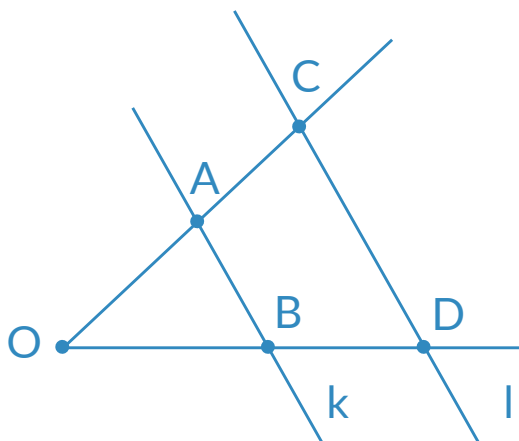
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3\sqrt{14}}{7}, \cos \beta = \frac{3\sqrt{2}}{5}$	P	F
2.	$\sin \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}, \operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{14}}{6}$	P	F

Brudnopis

Zadanie 19. (0-1)

Ramiona kąta przecięto prostymi równoległymi k i l (rysunek poniżej).



Wiadomo, że $|CO| = 7$, $|BO| = 5$, $|BD| = 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka AC jest równa

A. 2

B. 3

C. $3\frac{1}{9}$

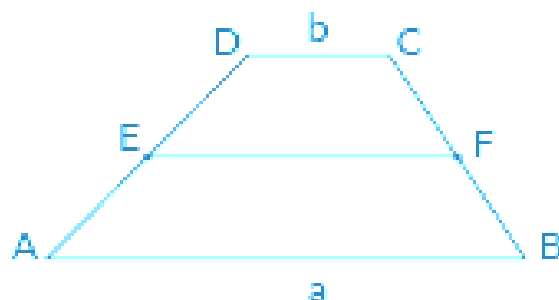
D. $4\frac{2}{3}$

Brudnopis

Zadanie 20. (0-2)

Wykaż, że w dowolnym trapezie o podstawach a , b , długość odcinka łączącego środki ramion tego trapezu (punkty E i F) jest połową sumy długości jego podstaw i wyraża się wzorem

$$|EF| = \frac{a+b}{2}$$

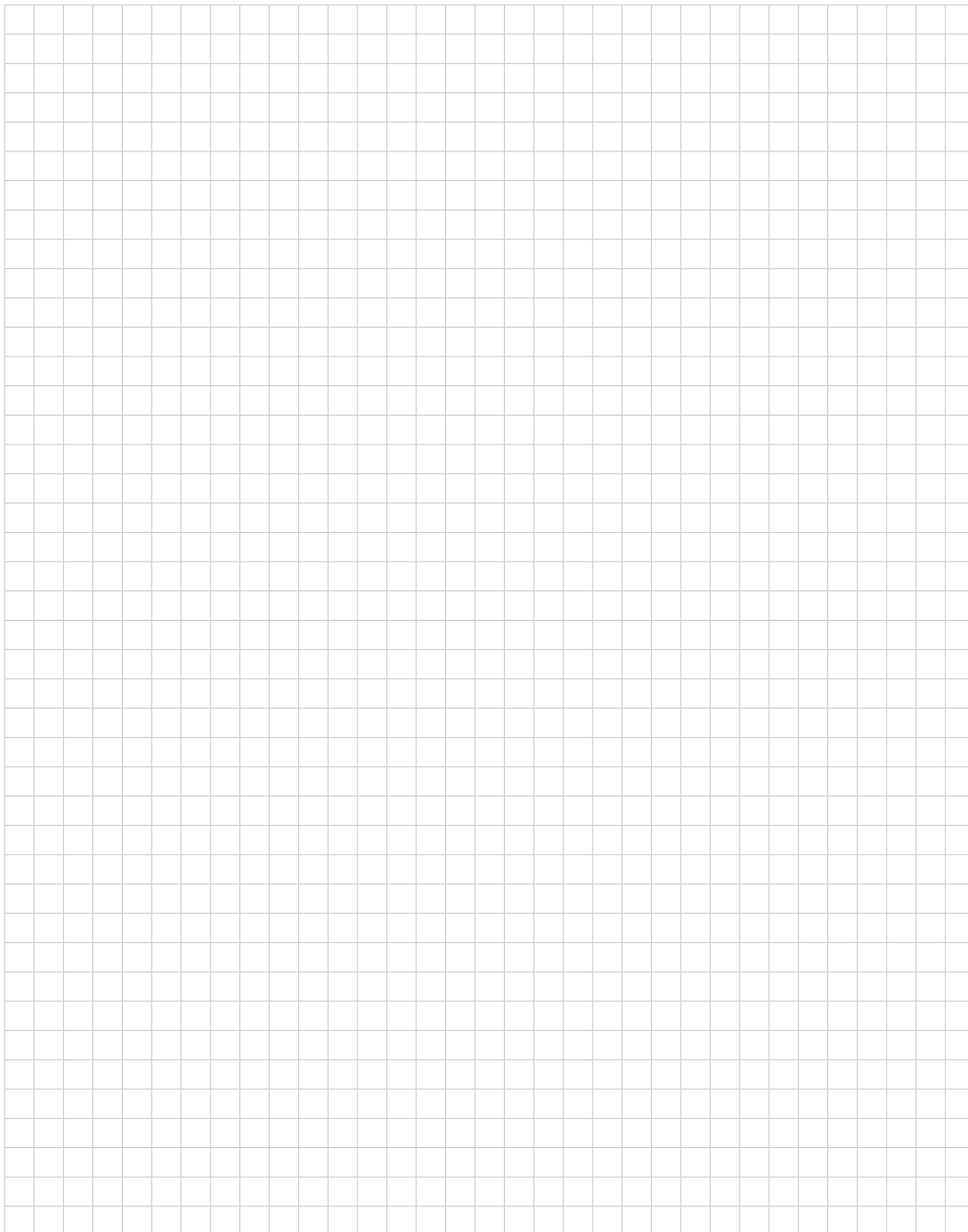


Zadanie 21. (0–3)

W trapezie prostokątnym dłuższe ramię ma długość 10, a krótsza podstawa długość 4.

Cosinus kąta ostrego α tego trapezu jest równy $\frac{3}{5}$.

Oblicz pole tego trapezu.



Zadanie 22. (0-1)

Dany jest okrąg, którego średnicą jest odcinek AB o końcach $A = (-3, 1)$, $B = (9, -4)$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie tego okręgu to

A. $(x+3)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = \frac{169}{4}$

B. $(x-3)^2 + (y+\frac{3}{2})^2 = \frac{169}{4}$

C. $(x+3)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 = 169$

D. $(x-3)^2 + (y+\frac{3}{2})^2 = 169$

Brudnopis

Zadanie 23. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest punkt $A = (-3, 10)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja liniowa f , której wykresem jest prosta przechodząca przez punkt A i której miejscem zerowym jest liczba 2, określona jest wzorem

A. $f(x) = -4x + 2$

B. $f(x) = -2x + 4$

C. $f(x) = 2x - 4$

D. $f(x) = 4x - 2$

Brudnopis

Zadanie 24. (0-1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste o równaniach $x - 2y - 12 = 0$ oraz $3x + y - 1 = 0$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste te przecinają się w punkcie o współrzędnych

- A.** $(2, -5)$ **B.** $(-5, 2)$ **C.** $(-2, -7)$ **D.** $(-7, -2)$

Zadanie 25. (0-1)

Krawędź podstawy graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość 4, a krawędź boczna tego graniastosłupa ma długość 9.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego graniastopu jest równe

- A.** $4\sqrt{3} + 36$ **B.** $8\sqrt{3} + 36$ **C.** $4\sqrt{3} + 108$ **D.** $8\sqrt{3} + 108$

Zadanie 26. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość stożka, którego tworząca ma długość 8, a kąt rozwarcia tego stożka ma miarę 60° , jest równa

A. $\frac{64}{3}\pi$

B. $\frac{64\sqrt{3}}{3}\pi$

C. 64π

D. $64\sqrt{3}\pi$

Bruďnopol

Zadanie 27. (0–4)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt nachylenia ściany bocznej tego ostrosłupa do jego płaszczyzny podstawy ma miarę α , taką że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3}$.

Krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość 12.

Sporządź odpowiedni rysunek i zaznacz na nim kąt α , a następnie oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.



Zadanie 28. (0-1)

W karcie dań pewnej restauracji znajduje się 5 różnych zup, 3 różne drugie dania i 4 kompoty.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obiad składający się z jednej zupy, jednego drugiego dania i jednego kompotu można wybrać w tej restauracji na sposobów

- A. 12 B. 32 C. 35 D. 60

Zadanie 29. (0-2)

Z urny zawierającej 7 kul ponumerowanych cyframi od 1 do 7 losujemy kolejno dwie kule bez zwracania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn wylosowanych cyfr jest liczbą podzielną przez 3.

Zadanie 30. (0-1)

Oblicz a , jeśli średnia ważona danych liczb jest równa 7.

Dana	1	4	7	10
Waga	0,1	a	0,4	0,4

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

- A. 0,1 B. 0,2 C. 1 D. 2**

Brudnopis

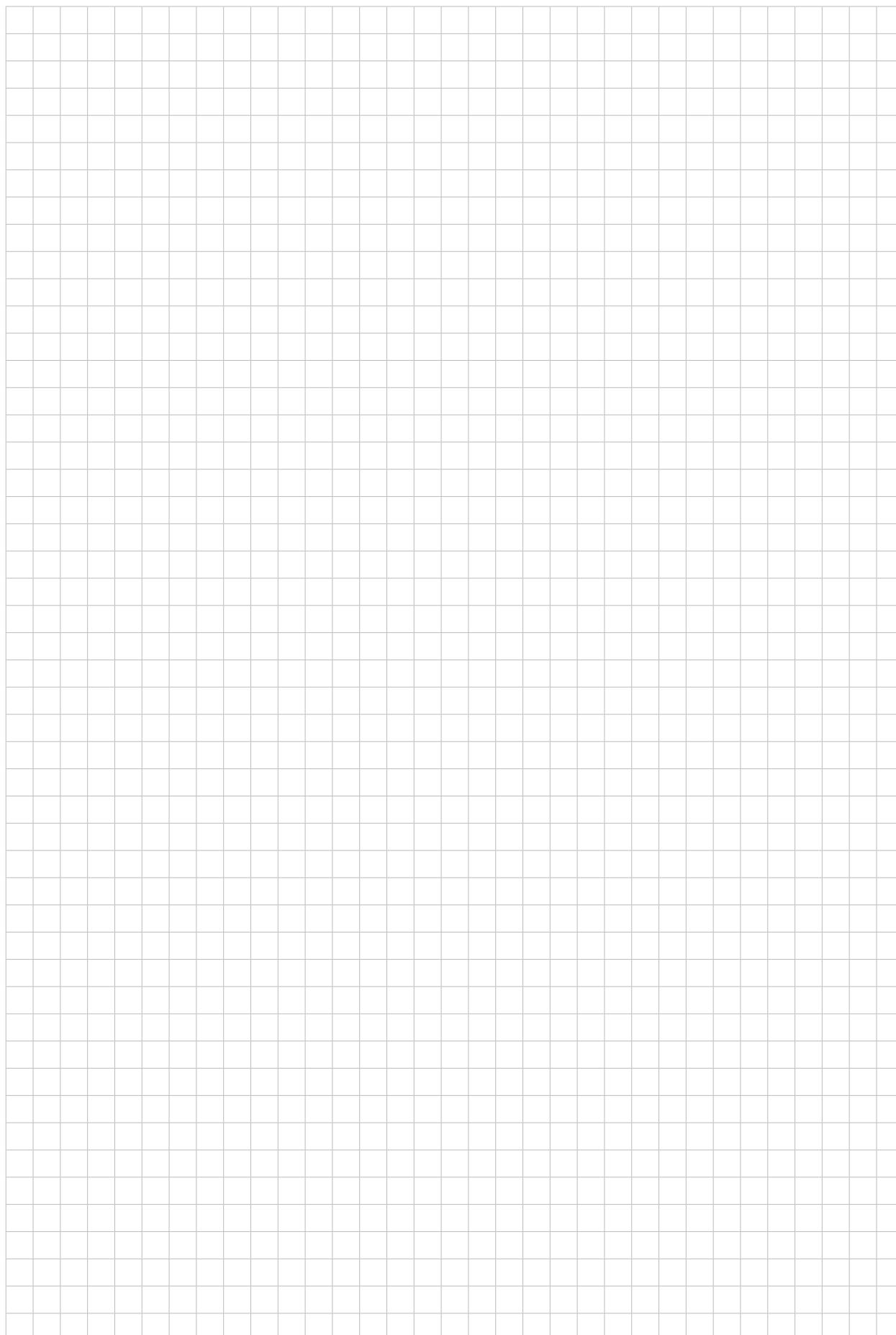
Zadanie 31. (0-4)

Koszt wyprodukowania ozdobnej donicy wynosi 50 zł. Przy ustalonej cenie sprzedaży 70 zł za donicę, miesięczna wielkość sprzedaży donic wynosi 120 sztuk. Każdorazowe podniesienie ceny sprzedaży donicy o 5 zł powoduje spadek sprzedaży o 10 sztuk miesięcznie.

Jaką należy ustalić cenę za donicę, aby miesięczny zysk ze sprzedaży był największy?



BRUDNOPIS (nie podlega ocenie)



Karta odpowiedzi

Nr zad.	Odpowiedzi				
1.	A	B	C	D	
2.	A	B	C	D	
3.	A	B	C	D	
4.	PP	PF	FP	FF	
5.	Ocena egzaminator				
6.	A	B	C	D	
7.	A	B	C	D	
8.	A	B	C	D	
9.	A	B	C	D	
10.	Ocena egzaminator				
11.	Ocena egzaminator				
12.1.	A	B	C	D	E
12.2.	A	B	C	D	E
13.1.	Ocena egzaminator				
13.2.	A	B	C	D	
13.3.	A	B	C	D	

14.	A	B	C	D	E	F
15.	A	B	C	D		
16.	A1	A2	A3	B1	B2	B3
17.	Ocena egzaminator					
18.	PP	PF	FP	FF		
19.	A	B	C	D		
20.	Ocena egzaminator					
21.	Ocena egzaminator					
22.	A	B	C	D		
23.	A	B	C	D		
24.	A	B	C	D		
25.	A	B	C	D		
26.	A	B	C	D		
27.	Ocena egzaminator					
28.	A	B	C	D		
29.	Ocena egzaminator					
30.	A	B	C	D		
31.	Ocena egzaminator					

WYPEŁNIA EGZAMINATOR

Nr zad.	Punkty		
5.	0	1	2
10.	0	1	2
11.	0	1	2
13.1.	0	1	

Nr zad.	Punkty			
17.	0	1	2	3
20.	0	1	2	
21.	0	1	2	3

Nr zad.	Punkty				
27.	0	1	2	3	4
29.	0	1	2		
31.	0	1	2	3	4