



KLUCZ

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
1.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
2.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
3.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
4.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
5.		2 pkt – zapisanie sumy czterech kolejnych liczb nieparzystych jako iloczynu liczby 8 i liczby naturalnej oraz sformułowanie odpowiedniego wniosku, że suma dana w zadaniu jest podzielna przez 8 jako iloczyn liczby 8 i liczby naturalnej. 1 pkt – zapisanie sumy czterech kolejnych liczb nieparzystych, np. $(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + (2n + 7)$, gdzie n to liczba naturalna. 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.
6.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
7.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
8.	F, P	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
9.	$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$	2 pkt – poprawne wyznaczenie i zapisanie przedziału, będącego rozwiązaniem nierówności danej w zadaniu: $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$ albo $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$ albo $x < -\frac{1}{3}$ lub $x > 2$. 1 pkt – wyznaczenie miejsc zerowych funkcji kwadratowej: $f(x) = -3x^2 + 5x + 2$, tj. $x_1 = -\frac{1}{3}$, $x_2 = 2$. 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.
10.	$x_1 = -8$, $x_2 = -1$	3 pkt – poprawne wyznaczenie rozwiązań równania: $x_1 = -8$, $x_2 = -1$. 2 pkt – zapisanie równania w postaci: $x^2 + 9x + 8 = 0$. 1 pkt – doprowadzenie równania do postaci: $6 \cdot (2x + 1) = (1 - x)(x - 2)$. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
11.	C	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
12.	A, E	2 pkt – obie odpowiedzi poprawne. 1 pkt – jedna odpowiedź poprawna, druga odpowiedź błędna albo brak drugiej odpowiedzi. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
13.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
14.1.	$\langle -3, +\infty \rangle$	1 pkt – odpowiedź poprawna: $\langle -3, +\infty \rangle$. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
14.2.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
14.3.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
15.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
16.	A, 3	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
17.	$x = 9$	3 pkt – poprawne wyznaczenie odpowiedzi, spełniającej warunek, że ciąg ma być rosnący: $x = 9$. 2 pkt – wyznaczenie rozwiązań poniższego równania: $x_1 = 1$, $x_2 = 9$. 1 pkt – skorzystanie z własności ciągu geometrycznego i zapisanie równania, np. w postaci: $(2x)^2 = (x - 3)(7x - 9)$. 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.
18.	F, P	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
19.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
20.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
21.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
22.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
23.	A	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
24.		2 pkt – uzasadnienie, że pole trójkąta T_2 jest równe 54 cm^2 . 1 pkt – wyznaczenie pola trójkąta T_1 oraz skali podobieństwa danych trójkątów albo wyznaczenie skali podobieństwa danych trójkątów oraz długości krótszej przyprostokątnej trójkąta T_2 . 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.
25.	B	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
26.	$V = 6\sqrt{66}$	4 pkt – poprawne obliczenie objętości danego w zadaniu ostrosłupa: $V = 6\sqrt{66}$. 3 pkt – wyznaczenie długości wysokości ostrosłupa: $2\sqrt{22}$. 2 pkt – wyznaczenie długości krawędzi podstawy ostrosłupa: 6. 1 pkt – sporządzenie rysunku z zaznaczonym poprawnie kątem, o którym mowa w zadaniu. 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Nr zadania	Odpowiedź	Schemat punktowania
27.	D	1 pkt – odpowiedź poprawna. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
28.	4500	2 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi: wszystkich możliwości jest 4500. 1 pkt – poprawne wyznaczenie liczby możliwości na miejscach tysięcy (9 możliwości), setek (10 możliwości), dziesiątek (10 możliwości) i jednostki (5 możliwości) danej liczby. 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.
29.	$P(A) = \frac{5}{12}$	2 pkt – poprawne obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = \frac{5}{12}$. 1 pkt – obliczenie liczby wszystkich zdarzeń elementarnych tego doświadczenia losowego: $ \Omega =36$ albo wyznaczenie (np. w tabelce) liczby zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A – suma wyrzuconych oczek jest liczbą pierwszą ($ A =15$). 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.
30.	D, A	2 pkt – obie odpowiedzi poprawne. 1 pkt – jedna odpowiedź poprawna, druga odpowiedź błędna albo brak drugiej odpowiedzi. 0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.
31.	$x = 8m, y = 6m$	4 pkt – podanie poprawnych wymiarów: $x = 8m, y = 6m$. 3 pkt – obliczenie argumentu, dla którego funkcja $P(x)$ przyjmuje wartość największą: $x = 8$. 2 pkt – zapisanie poprawnego wzoru na pole prostokąta, będącego sumą dwóch mniejszych prostokątów, w zależności od jednej zmiennej, np.: $P(x) = 2x \left(12 - \frac{3}{4}x \right)$ oraz podanie założeń. 1 pkt – zapisanie związku między wymiarami prostokąta: $3x + 4y = 48$. 0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

ROZWIĄZANIA

Zadanie 1.

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{20} + \left(\frac{1}{7}\right)^{20} + \left(\frac{1}{7}\right)^{20} + \left(\frac{1}{7}\right)^{20} + \left(\frac{1}{7}\right)^{20} + \left(\frac{1}{7}\right)^{20} + \left(\frac{1}{7}\right)^{20} = 7 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{20} =$$

$$7^1 \cdot 7^{-20} = 7^{1+(-20)} = 7^{-19}$$

Odp.: A

Zadanie 2.

$$K_8 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{2}{100}\right)^8 = K_0 \cdot (1,02)^8 \approx 1,17 \cdot K_0 = 117\% z K_0$$

gdzie K_0 to kapitał początkowy z wzoru na procent składany:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

$$p = 2, n = 8$$

Odp.: B

Zadanie 3.

$$5\sqrt{27} - 2\sqrt{48} = 5\sqrt{9 \cdot 3} - 2\sqrt{16 \cdot 3} = 5 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 4\sqrt{3} = 15\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 7\sqrt{3} = 7 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$$

Odp.: A

Zadanie 4.

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3, \text{ bo } \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 2 = -1, \text{ bo } \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$$

$$2\log_{\frac{1}{2}} 8 + \log_{\frac{1}{2}} 2 = 2 \cdot (-3) + (-1) = -7$$

Odp.: D

Zadanie 5.

$2n + 1, 2n + 3, 2n + 5, 2n + 7$ – kolejne liczby naturalne nieparzyste

n – liczba naturalna

$$(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) = 8n+16 = 8 \cdot \underbrace{(n+2)}$$

liczba naturalna

Otrzymaliśmy iloczyn liczby 8 i liczby naturalnej, zatem dana suma jest podzielna przez 8.

Zadanie 6.

$$\frac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{8}+\sqrt{7}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})} - \frac{5 \cdot (\sqrt{8}-\sqrt{7})}{(\sqrt{8}+\sqrt{7}) \cdot (\sqrt{8}-\sqrt{7})} =$$

$$= \frac{3 \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{3-2} - \frac{5 \cdot (\sqrt{8}-\sqrt{7})}{8-7} = \frac{3 \cdot (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{1} - \frac{5 \cdot (\sqrt{8}-\sqrt{7})}{1} =$$

$$= 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + 5\sqrt{7} = 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 5 \cdot 2\sqrt{2} + 5\sqrt{7} =$$

$$= 3\sqrt{3} + 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 5\sqrt{7} = 3\sqrt{3} - 7\sqrt{2} + 5\sqrt{7}$$

Odp.: D

Zadanie 7.

$$1 + \frac{5}{6}x \geq \frac{3}{4} + 2x \quad | \cdot 12$$

$$12 + 10x \geq 9 + 24x$$

$$10x - 24x \geq 9 - 12$$

$$-14x \geq -3 \quad | : (-14)$$

$$x \leq \frac{3}{14}$$

Odp.: A

Zadanie 8.

$$\frac{5x^2}{2x+6} \cdot \frac{x+3}{25x} = \frac{x}{2 \cdot (x+3)} \cdot \frac{x+3}{5} = \frac{x}{10} \neq \frac{x}{20}$$

Zatem pierwsze zdanie jest fałszywe (F)

Dla $x = \frac{2}{3}$

$$\frac{x}{10} = \frac{\frac{2}{3}}{10} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$$

Zatem drugie zdanie jest prawdziwe (P)

Zadanie 9.

$$-3x^2 + 5x + 2 < 0$$

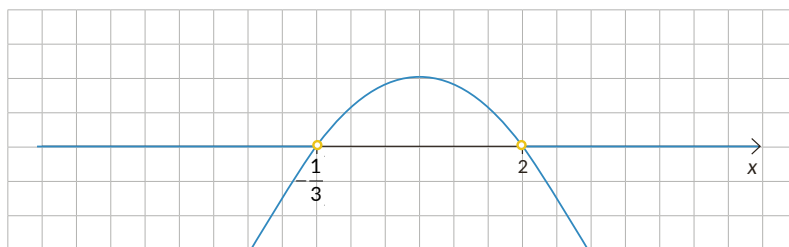
$$a = -3 \quad b = 5 \quad c = 2$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 5^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 2 = 49$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 - 7}{-6} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-5 + 7}{-6} = -\frac{1}{3}$$

Odp.: $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (2, +\infty)$



Zadanie 10.

$$\frac{1-x}{2x+1} = \frac{6}{x-2}$$

$$x \neq -\frac{1}{2} \quad \text{i} \quad x \neq 2$$

$$6 \cdot (2x+1) = (1-x)(x-2)$$

$$12x + 6 = x - 2 - x^2 + 2x$$

$$12x + 6 = 3x - 2 - x^2$$

$$x^2 + 12x - 3x + 6 + 2 = 0$$

$$x^2 + 9x + 8 = 0$$

$$a = 1, b = 9, c = 8$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 81 - 32 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 - 7}{2 \cdot 1} = \frac{-16}{2} = -8$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-9 + 7}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

x_1 i x_2 spełnia założenia zadania

Odp.: $x = -8, x = -1$

Zadanie 11.

$$(7x - 14)(x + 5)(x^2 + 4)(x^2 - 1) = 0$$

$$7x - 14 = 0$$

$$7x = 14 \quad |:7$$

$$x = 2$$

lub

$$x + 5 = 0$$

$$x = -5$$

lub

$$x^2 + 4 = 0$$

$$x^2 = -4 \quad \text{– równanie sprzeczne}$$

lub

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \text{ lub } x = -1$$

$$2 \cdot (-5) \cdot 1 \cdot (-1) = -10 \cdot (-1) = 10$$

Odp.: C

Zadanie 12.

- Obydwie proste są równoległe, więc muszą mieć ten sam współczynnik kierunkowy a .
- Proste przedstawiają wykres funkcji liniowych rosnących, więc $a > 0$.
- Jedna prosta przecina oś OY w punkcie (0,4), czyli wyraz wolny $b_1 = 4$, natomiast druga prosta przecina oś OY w punkcie (0, -3), czyli $b_2 = -3$.

Warunków tych nie spełniają układy z odpowiedzi B i C. Po przekształceniu równań z tych odpowiedzi, otrzymujemy układy z odpowiedzi D i F, więc te odpowiedzi też odpadają. Pozostają odpowiedzi A oraz E, ponieważ w odpowiedzi A współczynniki kierunkowe są sobie równe i dodatnie, $b_1 = 4$, $b_2 = -3$.

Po przekształceniu równań z odpowiedzi A otrzymamy układ z odpowiedzi E:

$$y = \frac{1}{5}x + 4 \mid \cdot 5$$

$$5y = x + 20$$

$$-x + 5y - 20 = 0$$

$$y = \frac{1}{5}x - 3 \mid \cdot 5$$

$$5y = x - 15$$

$$-x + 5y + 15 = 0 \mid \cdot (-1)$$

$$x - 5y - 15 = 0$$

Odp.: A, E

Zadanie 13.

Wyznaczamy miejsce zerowe funkcji:

$$f(x) = \frac{1}{5}x - 2$$

$$\frac{1}{5}x - 2 = 0$$

$$\frac{1}{5}x = 2 \mid \cdot 5$$

$x = 10$ - miejsce zerowe funkcji f oraz funkcji g , zatem

$$g(10) = 0$$

$$10a + 4 = 0$$

$$10a = -4 \mid :10$$

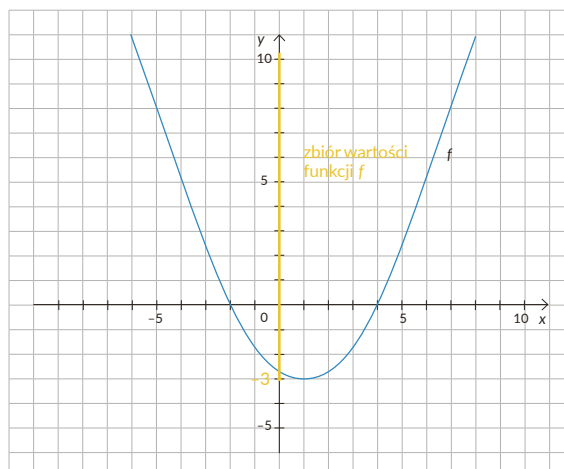
$$a = \frac{-4}{10} = \frac{-2}{5}$$

Odp.: B

Zadanie 14.1.

Zbiór wartości funkcji odczytujemy z osi y (rysunek).

Odp.: Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-3, +\infty)$.



Zadanie 14.2.

$y = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$ – postać iloczynowa funkcji kwadratowej, gdy x_1, x_2 to miejsca zerowe tej funkcji.

Miejscami zerowymi funkcji f są:

$$x_1 = -2, x_2 = 4 \text{ zatem } f(x) = a \cdot (x + 2)(x - 4).$$

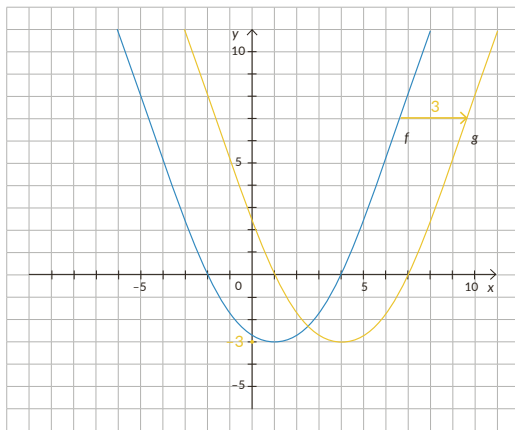
Ramiona paraboli, będącej wykresem tej funkcji są skierowane do góry, zatem $a > 0$.

Warunki te spełnia funkcja z odpowiedzi B.

Odp. B

Zadanie 14.3.

Żeby otrzymać wykres funkcji $g(x) = f(x - 3)$, należy wykres funkcji f przesunąć o 3 jednostki w prawo.



Odp.: A

Zadanie 15.

$$a_5 = \frac{(-1)^5}{3} \cdot (2 \cdot 5 + 5) = \frac{-1}{3} \cdot 15 = \frac{-15}{3} = -5$$

Odp.: A

Zadanie 16.

$$(-3, \underbrace{-2m-6}_{a_2}, \underbrace{3m+26}_{a_3})$$

$a_1 \qquad \qquad a_2 \qquad \qquad a_3$

Ciąg jest arytmetyczny, więc: $a_2 = \frac{a_1 + a_3}{2}$

$$\begin{aligned} -2m - 6 &= \frac{-3 + 3m + 26}{2} \quad | \cdot 2 \\ 2 \cdot (-2m - 6) &= 3m + 23 \\ -4m - 12 &= 3m + 23 \\ -4m - 3m &= 23 + 12 \\ -7m &= 35 \quad | : (-7) \\ m &= -5 \rightarrow \text{odp. 3} \end{aligned}$$

Dla $m = -5$

$$a_1 = -3, a_2 = -2 \cdot (-5) - 6 = 10 - 6 = 4$$

$$a_3 = 3m + 26 = 3 \cdot (-5) + 26 = -15 + 26 = 11$$

$$a_1 < a_2 < a_3$$

Ciąg jest rosnący.

Odp.: A, 3

Zadanie 17.

Ciąg $(x - 3, 2x, 7x - 9)$ jest ciągiem geometrycznym,

$$a_1 \quad a_2 \quad a_3$$

zatem:

$$(a_2)^2 = a_1 \cdot a_3$$

$$(2x)^2 = (x - 3) \cdot (7x - 9)$$

$$4x^2 = 7x^2 - 9x - 21x + 27$$

$$4x^2 - 7x^2 + 9x + 21x - 27 = 0$$

$$-3x^2 + 30x - 27 = 0 \quad | :(-3)$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$a = 1, b = -10, c = 9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 100 - 36 = 64$$

$$\sqrt{\Delta} = 8$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 - 8}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10 + 8}{2 \cdot 1} = \frac{18}{2} = 9$$

dla $x = 1$

$$a_1 = 1 - 3 = -2$$

$$a_2 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$a_3 = 7 \cdot 1 - 9 = -2$$

ten ciąg nie jest rosnący

dla $x = 9$

$$a_1 = 9 - 3 = 6$$

$$a_2 = 2 \cdot 9 = 18$$

$$a_3 = 7 \cdot 9 - 9 = 54$$

ten ciąg jest rosnący

Odp.: $x = 9$

Zadanie 18.

$$\sin \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{5}, \alpha \text{ - kąt ostry, więc } \cos \alpha > 0 \text{ i } \tan \alpha > 0$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{3\sqrt{2}}{5} \right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{9 \cdot 2}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\frac{18}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{18}{25}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{7}{25} \text{ i } \cos \alpha > 0$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{7}{25}} = \frac{\sqrt{7}}{5} \neq \frac{\sqrt{7}}{25} \text{ zatem pierwsze zdanie jest fałszywe (F)}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3\sqrt{2}}{5}}{\frac{\sqrt{7}}{5}} = \frac{3\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{5}{\sqrt{7}} = \\ &= \frac{15\sqrt{2}}{5\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{14}}{7} \end{aligned}$$

zatem drugie zdanie jest prawdziwe (P)

Odp.: F, P

Zadanie 19.

$$P(-3, 4)$$

x y

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

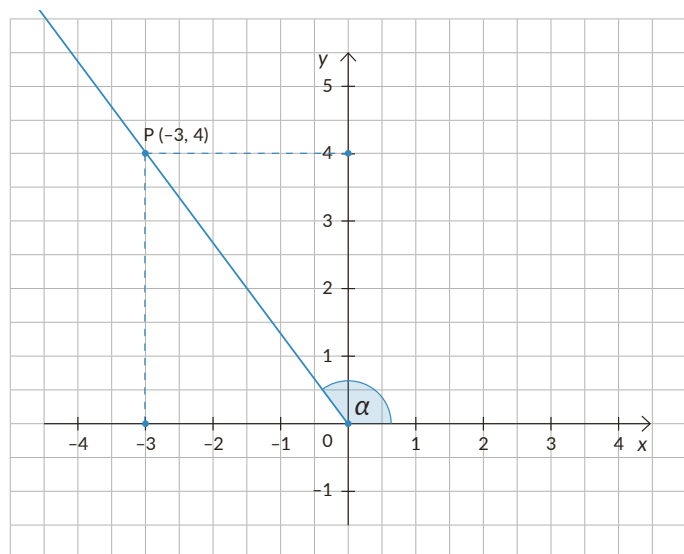
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sin \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3} \rightarrow \text{odp. B}$$

Odp.: B



Zadanie 20.

Suma miar kątów wewnętrznych w rombie wynosi 360° , zatem:

$$2 \cdot 135^\circ + 2 \cdot \alpha = 360^\circ$$

$$2 \cdot \alpha = 360^\circ - 270^\circ$$

$$2\alpha = 90^\circ \quad | : 2$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$\alpha = 45^\circ$ – miara kąta ostrego rombu

Wzory na pole rombu: $P = a^2 \cdot \sin \alpha$ gdzie $a = 3\sqrt{5}$

oraz

$$P = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2, \text{ gdzie } d_1, d_2 \text{ to długości przekątnych rombu}$$

$$P = a^2 \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

$$(3\sqrt{5})^2 \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

$$9 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

$$\frac{45\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \quad | \cdot 2$$

$$d_1 \cdot d_2 = 45\sqrt{2} - \text{iloczyn długości przekątnych rombu}$$

Odp.: D

Zadanie 21.

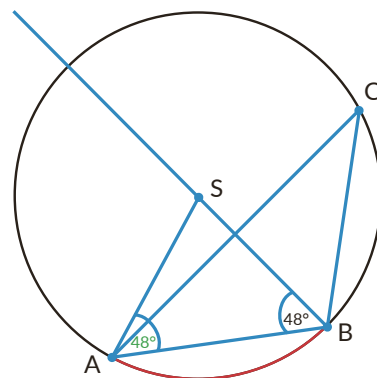
Trójkąt ASB jest równoramienny, ponieważ $|AS| = |BS|$ – promień okręgu, zatem kąt BAS ma miarę 48° .

$$\text{Miara kąta } ASB \text{ to } 180^\circ - 2 \cdot 48^\circ = 84^\circ \quad |\angle BCA| = \frac{1}{2} |\angle ASB|$$

z twierdzenia o kątach wpisanym i środkowym opartych na tym samym łuku (zaznaczony na czerwono)

$$|\angle BCA| = \frac{1}{2} \cdot 84^\circ = 42^\circ$$

Odp.: A



Zadanie 22.

$$k: y = \underbrace{(3-m)}_{a_1} x - 2$$

$$l: y = \underbrace{4x}_{a_2} - 2$$

$$a_1 = a_2 \quad \text{bo proste } k \text{ i } l \text{ są równoległe}$$

$$3 - m = 4$$

$$-m = 4 - 3$$

$$-m = 1 \quad | \cdot (-1)$$

$$m = -1$$

Odp.: B

Zadanie 23.

Równanie okręgu o środku $S(a, b)$ i promieniu $r > 0$ to: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

$$(x + 7)^2 + (y - 3)^2 = 12$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$x - a \quad y - b \quad r^2$$

$$\begin{aligned} x-a &= x+7 & y-b &= y-3 & r^2 &= 12 \\ -a &= 7 & -b &= -3 & r &= \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3} \\ a &= -7 & b &= 3 \end{aligned}$$

$$S(-7,3) \quad r = 2\sqrt{3}$$

Odp.: A

Zadanie 24.

$$\begin{aligned} (b_1)^2 + 6^2 &= 10^2 \\ (b_1)^2 &= 100 - 36 \\ (b_1)^2 &= 64 \text{ i } b_1 > 0 \\ b_1 &= 8 \end{aligned}$$

trójkąty są podobne, zatem: $\frac{6}{a_2} = \frac{b_1}{12}$

$$\frac{6}{a_2} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{6}{a_2} = \frac{2}{3}$$

$$2 \cdot a_2 = 6 \cdot 3$$

$$2 \cdot a_2 = 18 \quad |:2$$

$$a_2 = 9$$

$$P_{T_2} = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot 12 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = \frac{1}{2} \cdot 108 = 54$$

co należało wykazać

Odp.: Pole trójkąta T_2 jest równe 54 cm^2

Zadanie 25.

$$V = 64 \text{ cm}^3$$

$V = a^3$ – objętość sześcianu o krawędzi długości a

$$a^3 = 64$$

$$a = 4$$

$d = a\sqrt{3}$ – wzór na długość przekątnej sześcianu

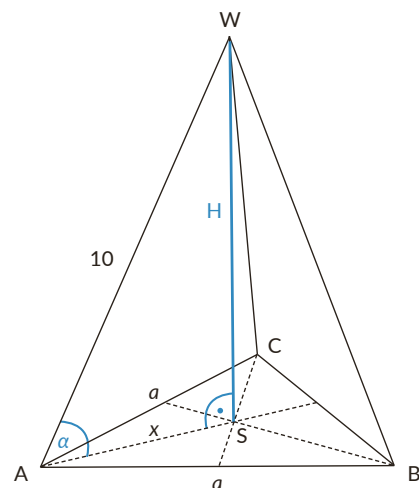
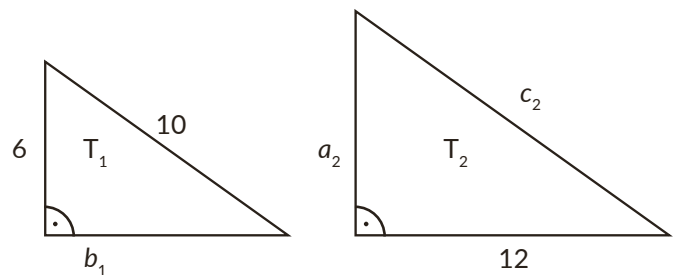
$$d = 4\sqrt{3}$$

Odp.: B

Zadanie 26.

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$\Delta ASW: \cos \alpha = \frac{x}{10}$$



$$\frac{x}{10} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

$$5 \cdot x = \sqrt{3} \cdot 10 | :5$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

$$x = \frac{2}{3} h_{\Delta ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{a\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} | \cdot 3$$

$$a\sqrt{3} = 6\sqrt{3} | : \sqrt{3}$$

$$a = 6$$

ΔASW :

$$H^2 + x^2 = 10^2$$

$$H^2 + (2\sqrt{3})^2 = 100$$

$$H^2 = 100 - 12$$

$$H^2 = 88 \quad i \quad H > 0$$

$$H = \sqrt{88} = \sqrt{4 \cdot 22} = 2\sqrt{22}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot P_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{22} = \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{36\sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{22} = \frac{36\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{22}}{12} = 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{22} = \\ &= 6\sqrt{66} [j^3] \end{aligned}$$

Odp.: Objętość ostrosłupa $V = 6\sqrt{66} [j^3]$

Zadanie 27.

w – liczba wierzchołków ostrosłupa

$w - 1$ – liczba wierzchołków w podstawie ostrosłupa

k – liczba krawędzi ostrosłupa

$$w + 11 = k$$

$$w + 11 = 2 \cdot (w - 1)$$

$$w + 11 = 2 \cdot w - 2$$

$$w - 2w = -2 - 11$$

$$-w = -13 | \cdot (-1)$$

$w = 13$ – liczba wierzchołków ostrosłupa

Odp.: D

Zadanie 28.

$$\begin{array}{cccc}
 \underline{a} & \underline{b} & \underline{c} & \underline{d} \\
 9 & 10 & 10 & 5 \\
 \uparrow & & \uparrow & \\
 \text{bez cyfry 0} & & \text{cyfry 0, 2, 4, 6, 8} &
 \end{array}$$

a – cyfrę tysięcy wybieramy na 9 sposobów spośród cyfr: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

b, c – cyfry setek oraz dziesiątek wybieramy na 10 sposobów spośród cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

d – cyfrę jednostki wybieramy na 5 sposobów spośród cyfr: 0, 2, 4, 6, 8 (cyfra parzysta)

Wszystkich szukanych liczb jest: $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 4500$

Odp.: Jest 4500 takich liczb.

Zadanie 29.

Wszystkie możliwe wyniki tego doświadczenia losowego (suma wyrzuconych oczek w obu rzutach) przedstawia tabela:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Na żółto zaznaczone są zdarzenia elementarne, sprzyjające zdarzeniu A, że suma wyrzuconych oczek na obu kostkach jest liczbą pierwszą.

$|\Omega| = 36$ – liczba wszystkich zdarzeń elementarnych

$|A| = 15$ – liczba zdarzeń elementarnych sprzyjających zdarzeniu A

$$P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

Odp.: Prawdopodobieństwo zdarzenia, że suma oczek wyrzuconych na obu kostkach jest liczbą pierwszą,

wynosi $\frac{5}{12}$.

Zadanie 30.

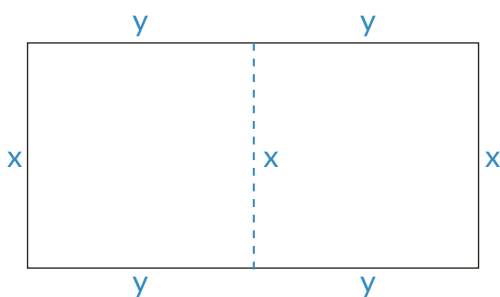
Klasa liczy 29 uczniów.

– Mediana (wartość środkowa) to liczba znajdująca się na piętnastym miejscu po uporządkowaniu danych liczb w kolejności rosnącej. Jest to 4.

– Dominanta to 2, bo występuje u największej liczby uczniów.

Odp.: D, A

Zadanie 31.



$$3x + 4y = 48$$

$$4y = 48 - 3x \quad | : 4$$

$$y = 12 - \frac{3x}{4}$$

$$x > 0 \text{ i } y > 0$$

$$12 - \frac{3}{4}x > 0$$

$$-\frac{3}{4}x > -12 \quad | \cdot (-4)$$

$$3x < 48 \quad | : 3$$

$$x < \frac{48}{3}$$

$$x < 16$$

Założenie: $x \in (0, 16)$

Wyznaczamy wzór funkcji P :

$$P = x \cdot 2y$$

$$P(x) = x \cdot 2 \cdot \left(12 - \frac{3}{4}x\right)$$

$$P(x) = 24x - \frac{3}{2}x^2$$

$$P(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 24x$$

$$x = P = \frac{-b}{2a} = \frac{-24}{2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{-24}{-3} = 8 \text{ m}$$

$$y = 12 - \frac{3 \cdot 8}{4} = 12 - \frac{24}{4} = 12 - 6 = 6 \text{ m}$$

Odp.: $x = 8 \text{ m}$, $y = 6 \text{ m}$